

TEHNOLOGIJA, INFORMATIKA I OBRAZOVANJE  
ZA DRUŠTVO UČENJA I ZNANJA

6. Međunarodni Simpozijum, Tehnički fakultet Čačak, 3–5. jun 2011.

TECHNOLOGY, INFORMATICS AND EDUCATION  
FOR LEARNING AND KNOWLEDGE SOCIETY

6<sup>th</sup> International Symposium, Technical Faculty Čačak, 3–5th June 2011.

UDK: 004.738.5 :37

Stručni rad

## PRIMENA INTERNET RESURSA U NASTAVI KVANTNIH RAČUNARA<sup>1</sup>

Miroslava Ristić<sup>2</sup>, Zoran Vosika<sup>3</sup>

*Rezime* – Cilj ovog rada je da ukaže na prednosti korišćenih Internet resursa u nastavi kvantnih računara u okviru predmeta Biofizika. U radu se razmatraju: obrazovni potencijali Interneta; adekvatna upotreba Interneta u nastavi; osnovni pojmovi o kvantnim računarima u nastavi biofizike i primena Internet resurasa u nastavi kvantnih računara. Rezultati istraživanja i postojeća iskustva ukazuju da Internet može doprineti kvalitetnijoj nastavi i motivisanju studenata.

**Cljučne reči:** Internet, nastava, kvantni računari.

## USING INTERNET RESOURCES IN TEACHING OF QUANTUM COMPUTER

*Abstract* - The aim of this paper is to highlight the benefits of Internet resources used in the teaching of quantum computers within the subject of Biophysics. The paper discusses: the educational potential of the Internet, adequate use of the Internet in teaching, basic notions of quantum computers in the teaching of biophysics and application of Internet resources available in the teaching of quantum computers. The research results and current experience indicates that it can contribute to quality teaching and motivating students.

**Key words:** Internet, teaching, quantum computers.

### 1. UVOD

Pojava Interneta krajem XX veka, kao skupa međusobno povezanih računarskih mreža širom sveta, označena je kao revolucionarni događaj. Prekretnica nastaje razvojem njegove najpopularnije grafičke komponente *World Wide Weba*, koji stiče popularnost zahvaljujući multimediji tj. osobini da lako integriše i prezentuje sve tipove podataka (tekst, slika, video, audio).

<sup>1</sup> Rad predstavlja deo istraživanja koja se realizuju uz finansijsku podršku Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj, u okviru projekata: evidencioni broj 179020D i 41006, za period 2011-2014.

<sup>2</sup> dr Miroslava Ristić, docent, Učiteljski fakultet, Kraljice Natalije 43, Beograd, E-mail: miroslava.ristic@uf.bg.ac.rs

<sup>3</sup> mr Zoran Vosika, istraživač saradnik, Mašinski fakultet, Kraljice Marije 16, Beograd, E-mail: zvosika@mas.bg.ac.rs

Internet se razvio u značajan izvor za pretraživanje, interakciju i širenje nastavnih materijala. Koristi se kao platforma za nastavu koja omogućava razvoj interaktivnog i kooperativnog učenja kao i za vrednovanje znanja studenta.

U savremenom društvu znanje je prepoznato kao predmet od ekonomske, političke i kulturne važnosti. Informacioni kontekst koji Internet resursi donose u društvu znanja inicirali su ozbiljne rasprave o informacionoj pismenosti. Mnogi autori vide informacionu pismenost kao polugu razvoja društva znanja.

U savremenim obrazovnim teorijama od studenta se očekuje veći angažman ali i povećana uloga informacionih izvora. Društvu zasnovanom na znanju potrebni su studenti i zaposleni koji poseduju informacione veštine i sposobnosti za razumevanje, pronalaženje, vrednovanje i upotrebu informacija. Ti postupci mogu biti izvedeni uz pomoć informaciono-komunikacionih tehnologija (IKT), za šta je neophodna informatička pismenost ali i istraživački postupci i kritički odnos.

Naši studenti i učenici mogu biti izuzetno vešti u korišćenju IKT, a da nisu informaciono pismeni. Od posebne je važnosti da informaciona pismenost u kojoj se prepliću kompetencije korišćenja biblioteke, računara, medija i digitalne građe postane vrsta funkcionalne pismenosti koja omogućava usvojanje novih veština i znanja.

Informaciona pismenost je generator unutrašnjih i suštinskih promena u akademskim obrazovnim procesima jer pitanja kao što su: kompetitivnost, kvalitet i originalnost zauzimaju sve važnije mesto. Kompetencije koje obuhvata informaciona pismenost važne su za uspeh u učenju i istraživanju jer mogu obezbediti da se studenti osposobe za celoživotno učenje.

Cilj ovog rada je da ukaže na prednosti upotrebe Internet resursa u nastavi kvantnih računara u okviru predmeta Biofizika i na važnost informacione pismenosti studenta radi boljih postignuća.

## **2. OBRAZOVNI POTENCIJALI INTERNETA**

Internet danas koristi na stotine milion ljudi, a broj novih korisnika raste iz dana u dan. Obrazovni potencijali Interneta su veliki. Zato su Internet mnoge zemlje na različite načine uključile u svoj obrazovni sistem. U prilog tome, govore mnoga istraživanja i projekti. Posebno su značajne aktivnosti da se Internet tehnologije prilagode akademskim potrebama. Širom sveta donose se zakoni, među prvima su bile SAD, koji omogućavaju širenje Interneta u školama i na fakultetima.

Prema Turbanu i grupi autora (Turban E., McLean E., Wtherbe J., 2003: 124) Internet podržava aplikacije u sledećim glavnim kategorijama: 1. pronalaženje; 2. komunikacija i 3. saradnja [1].

Pronalaženje se vrši pretraživanjem i traženjem izvora podataka na Webu. Mašine za pretraživanje i direktorijumi su dva u osnovi različita tipa mehanizama za pretraživanje podataka na Webu. Rezultati pretraga su često hiljade pa čak i milioni stranica. Jedno od najefikasnijih rešenja ovog problema su softverski agenti ili inteligentni agenti koji obavljaju skup rutinskih računarskih zadataka za korisnika. Prilikom pretraživanja možemo koristiti četiti osnovna tipa agenata. To su: pomoćni agenti za Web pretraživanje, agenti za često postavljana pitanja (FAQ), Internet softverski roboti i indeksni agenti.

Faktori koji određuju upotrebu informacionih tehnologija za komunikaciju<sup>4</sup> su: **učesnici** (broj učesnika u procesu komunikacije kreće se od dva do mnogo hiljada učesnika); **vrsta izvora i destinacije** (izvori i odredište informacija mogu uključivati ljude, datoteke, senzore itd.); **lokacija** (pošiljalac i primalac mogu biti na istoj ili različitim lokacijama); **vreme** (sinhrona i asinhrona komunikacija) i **medijum** (tekst, glas, grafika, animacija).

Zhvaljujući sve boljoj komunikaciji poboljšava se elektronska saradnja<sup>5</sup> među pojedincima i/ili grupama. Na raspolaganju je nekoliko mogućnosti, od zajedničkog korišćenja ekrana i telekonferencije<sup>6</sup> do sistema za podršku grupe.

Multimedija na Internetu ili sistemi zasnovani na Webu omogućavaju mnoge aplikacije koje se odnose na pronalaženje, komunikaciju i saradnju. Značajki projektovane od strane stručnjaka različitih profila, sa relevantnim sadržajima i kompetentnim nastavnim kadrom obrazovna multimedija na Internetu veoma efikasno doprinosi postizanju nastavnih ciljeva.

U nastavi i učenju multimedija na Internetu omogućava: individualizaciju učenja i napredovanje studenata/polaznika u zavisnosti od njihovih predznanja i interesovanja; prijem informacija i auditivno i vizuelno; neograničeno ponavljanje datih sadržaja; organizaciju kooperativnog-interaktivnog učenja; upravljanje procesom učenja; lakši pristup različitim izvorima znanja; mogućnost lakšeg uvida u različita viđenja jednog problema; lakši pristup različitim izvorima znanja; poboljšanje kvantuma i kvaliteta znanja; pravovremene povratne informacije i dr.

Multimedija u globalnim mrežama obezbeđuje učenje na daljinu, istraživanje relevantnih i najaktuelnijih sadržaja u skladu sa potrebama i interesovanjima studenta, stimuliše razvoj kritičkog mišljenja i sposobnost za celoživotno učenje.

Internet u obrazovanju donosi novi pristup učenju koji može biti nezavistan od vremena i prostora, novu ulogu nastavnika i učenika, nove metode alate i scenarije učenja, nove metode motivacije i provere učenika.

Prema Brentu (2001), potrebne kompetencije nastavnika za efektivnu primenu Interneta u obrazovanju podrazumevaju:

- razumevanje procesa učenja u okruženju podržanom Internet tehnologijama;
- tehničke veštine;
- veštine za komuniciranje putem mreže – da je u stanju da na efektivan način komunicira sa studentom akademskim dijalogom putem konciznih i jasnih poruka;
- vladanje materijom i iskustvo u stimulisanju žive debate davanjem adekvatnih komentara i postavljanjem pitanja kao i sposobnost reagovanja na različite situacije u procesu poučavanja i
- ispoljavanje entuzijazma za ovaj vid poučavanja i učenja [2].

Rezultati istraživanja Becta (eng. British Education Communications and Technology

<sup>4</sup> Pod komunikacijom podrazumevamo međuljudski proces slanja i primanja poruka.

<sup>5</sup> Saradnja se odnosi na zajednički napor dva pojedinca ili više njih da završe neki zadatak.

<sup>6</sup> Prednosti telekonferencije su: mogućnost komunikacije pojedinaca licem u lice koji su na različitim lokacijama; tokom konferencije mogu se koristiti različite vrste medija uključujući radio i video; poboljšava se produktivnost zaposlenih i smanjuju se putni troškovi; štednja vremena i energije ključnih službenika i povećanje brzine poslovnog procesa; poboljšanje efikasnosti i frekventnosti komunikacije; memorisanje podataka u računaru radi izmena za buduće potrebe i mogućnost održavanja predavanja na različitim lokacijama.

Agency) - britanske obrazovne agencije za komunikaciju i tehnologije (Videti detaljnije na: <http://www.becta.org.uk/research> ) ukazuju na prednosti upotrebe Interneta koje imaju studenti i nastavnici u odnosu na tradicionalnu nastavu.

Prednosti upotrebe Interneta za studente su: 1. digitalni obrazovni resursi, omogućavaju studentima individualni rad; 2. digitalni obrazovni resursi motivišu studente i njihova pažnja je veća; 3. mogućnost učenja putem iskustva; 4. korespondencija putem elektronske pošte i 4. studenti unapređuju percepciju.

Prednosti upotrebe Interneta za nastavnike su: 1. nastavna postignuća su veća upotrebom Internet tehnologija 2. interaktivne tehnologije motivišu i nastavnike i studente; 3. individualne potrebe studenta se podržavaju; 4. veliki izbor resursa omogućava odgovor na različite zahteve i potrebe; 5. multimedijalni resursi (tekstualni, vizuelni, zvučni) pružaju nastavnicima mogućnost da biraju različite metode poučavanja kao i mogućnost uvođenja novih, interaktivnih i saradničkih tehnologija; 6. mogućnost evaluacije svakog studenta. U računarskim učionicama možemo izvoditi testiranje uz pomoć interaktivnih testova sa automatskom evaluacijom.

Obrazovna multimedija na Internetu ili sistemi zasnovani na Webu omogućavaju mnoge aplikacije koje se odnose na pronalaženje, komunikaciju i saradnju. Značajki projektovana od strane stručnjaka različitih profila, sa relevantnim sadržajima i kompetentnim nastavnim kadrom obrazovna multimedija na Internetu može veoma efikasno doprineti postizanju nastavnih ciljeva.

### 3. ADEKVATNA UPOTREBA INTERNETA U NASTAVI

Deo informacione pismenosti predstavlja poznavanje i efikasno korišćenje Interneta koji u nastavi može biti resurs pomoću koga se može podići kvalitet nastave. Važno je napomenuti, što smo istakli i u jednom ranijem radu da je korišćenje Interneta postalo je i kod nas sve češći deo nastavnog procesa, s tim što treba naglasiti da upotreba Interneta u učionici nije sama po sebi i garant njegove metodički uspešne primene. *"Mnogi nastavnici, metodičari i informatičari ne shvataju da postoji jaz između potencijala koje u sebi nose nove tehnologije i uspešnog poučavanja i učenja uz podršku novih tehnologija."* [3]

Kada su u pitanju WEB sajtovi, za potrebe nastave se mogu koristiti:

"Opšteobrazovni" sajtovi namenjeni najširoj populaciji, tj. različitim grupama korisnika kojima trebaju informacije iz određene oblasti. Takvi sajtovi su napisani tako da ih može razumeti svaki prosečno obrazovan korisnik.

WEB stranice namenski pravljenе tako da nastavniku olakšaju pripremu časa i nastavnih materijala. Brojni su nastavnici koji sami kreiraju nastavne materijale koji su dostupni online. Iako kvalitet ovakvih stranica može da varira, mnogi dostupni materijali su isprobani i testirani u nastavi i mogu rezultirati dobro pripremljenim i realizovanim časovima.

Iako Internet, nesumnjivo, pruža brojne mogućnosti za kvalitetnu primenu u nastavi, postoje i neka ograničenja (utrošak vremena u potrazi za adekvatnim informacijama, nedostatak adekvatnih sajtova, jezička barijera). Posebnu pažnju nastavnik treba da obrati na relevantnost, vrednost sajta.

Nastavniku nije lako da, na prvi pogled, odredi da li je validan sajt sa koga preuzima informacije (u tekstualnom, slikovnom, grafičkom, multimedijalnom... obliku) koje će koristiti u nastavi. Kada su se, kao izvori informacija, koristile samo knjige, u njihovu relevantnost se nije sumnjalo, jer su ih kontrolisali relevantni recenzenti. Prema navođenju Ketlin Šrok na Internetu je bilo dostupno preko 350 miliona dokumenata. Ovaj podatak nam govori da pronalaženje relevantnih dokumenata može prouzročiti veće ili manje teškoće. Zbog toga je sposobnost za kritičko vrednovanje informacija dostupnih na Internetu nemerljivo značajna veština za sve korisnike, a posebno za nastavnike koji se pripremaju za čas. K. Šrok ističe da informaciona pismenost predstavlja ne samo sposobnost za pronalaženje informacija, već i za određivanje njihove *tačnosti* i *upotrebljivosti*, kao i *efikasno korišćenje prikupljenih informacija* (podvukla S. B.).

Kada kritički vrednujemo informacije dostupne na WEB stranicama, Ketlin Šrok ističe da prvo treba obratiti pažnju na autora sajta kroz nekoliko pitanja - "filtera":

- Da li je autor poznato ime u svojoj struci?
- Da li online dokument sadrži biografiju autora i njegovu e-mail adresu?
- Da li postoji link do posmatranog sajta sa nekog sajta u koji već imamo poverenja?
- Da li se navode potpuni bibliografski podaci u citatima, kako bi se mogli pronaći originalni izvori?
- Da li posmatrani sajt ima obeležen datum postavljanja i datum poslednjeg ažuriranja, jer je to bitna karakteristika kredibilnog sajta?

Međutim, smatramo da za potrebe nastavnika i nastave nije dovoljan samo ovaj, veoma bitan, ali opšti kriterijum relevantnosti sajta, već da treba obratiti pažnju i na određene metodičke kriterijume. Poželjno je da nastavnici pregledom određene WEB stranice koju će koristiti za potrebe nastave potvrdno odgovore na sledeća pitanja:

- Da li je sadržaj na sajtu u skladu sa ciljevima i sadržajem nastavnog predmeta?
- Da li je studenti mogu da prate sadržaje na sajtu?
- Da li na sajtu postoje dodatni materijali za nastavnike ?
- Da li postoji preporuka ili podrška neke ustanove za korišćenje te WEB stranice?

Uz ova četiri pitanja – kriterijuma, veoma važan deo metodičkog ugla vrednovanja određenog sajta je i pitanje *intelektualnih aktivnosti studenata* koje se podstiču u predloženim aktivnostima na tom sajtu. Da li su to pamćenje, razumevanje, klasifikovanje, uočavanje sličnosti i razlika, hijerarhizovanje sistema pojmova...

Pored navedenih (opštih i metodičkih) kriterijuma, potrebno je obratiti pažnju i na još neke karakteristike dobrih sajtova, kao što su: laka navigacija, dobro organizovane strane sa linkovima koji rade, gramatička i pravopisna ispravnost prezentovanog sadržaja, jasna grafika...

Na osnovu svih navedenih kriterijuma vidljivo je da nije lako, ali je moguće, pravilno proceniti metodičku i sadržinsku vrednost WEB stranica koje se koriste u nastavi. [4]

Za adekvatnu primenu Interneta u nastavi potrebno je konstantno razvijanje informacionih kompetencija studenata i nastavnika. U dokumentu *Interactivity research Studies* (Brent, 2001) navode se, na osnovu istraživanja Otvorenog Univerziteta (Open University) iz Velike Britanije, potrebne kompetencije nastavnika za rad u okruženju podržanom internet resursima koje podrazumevaju:

- *Razumevanje procesa online učenja* – unapredjenje rada u grupi, uskladjivanje vremena za diskusiju i eksperimentisanje sa novim idejama.
- *Tehničke veštine* – korišćenje softvera za interakciju sa učenicima, praćenje poruka i kreiranje konferencija.
- *Veštine za online komuniciranje* – da je u stanju da na efektivan način komunicira sa učenikom akademskim dijalogom putem konciznih i jasnih poruka.
- *Ekspertizu sadržaja* – vladanje materijom i iskustvo u stimulisanju žive debate davanjem adekvatnih komentara i postavljanjem pitanja.
- *Lične osobine* – sposobnost reagovanja na različite situacije u procesu poučavanja i ispoljavanje entuzijazma za ovaj vid poučavanja i učenja.

#### 4. OSNOVNI POJMOVI O KVANTNIM RAČUNARIMA U NASTAVI BIOFIZIKE

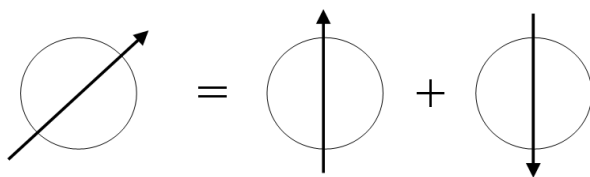
U poslednjih nekoliko decenija, počev od ideje P. Benioff (1980) i R. Fejnman (1982) je razvijana kvantna teorija informacija, koja proučava kvantne sisteme za obradu informacija [5]. Pored mogućnosti za realizaciju računskih mašina koje mogu da simuliraju precizan i efikasan način ponašanje kvantnih sistema, ova teorija nudi mnogo jednostavnija rešenja u određenim primenama u savremenim komunikacijama, biofizici i informatici. Do sada je dokazano, da određeni algoritmi koji se zasnivaju na principima kvantne fizike, elegantno mogu rešiti zadatke i opisati sistemi u kriptografiji, pretraživanju baze podataka, velikog broja faktorizacija, NMR, spintronike, biofizike itd. [6], [7], [8], [9].

Osnovni pojmovi koji se koriste prilikom opisa kvantnih računara su *stanje sistema, princip linearne superpozicije, interferencija, kvantna spletenost, (de)koherencija, kvantna teleportacija*. Stanje sistema (skupa čestica koje interaguju) opisuje se nekom dinamičkom fizičkom veličinom (kojoj se pridružuje odgovarajući operator - opservabla) i talasnom funkcijom. Talasna funkcija se u matricnoj verziji kvantne mehanike shvata kao vektor čije su koordinate kompleksni brojevi, dok opservabli odgovara određen tip matrica (tzv. hermitske matrice). Kvadrat amplitude, odnosno kvadrat dužine ovog vektora predstavlja gustinu verovatnoće nalaženja čestice u datom stanju. Prilikom linearnog superponiranja (vektorskog slaganja) dve talasne funkcije datog sistema, ukupan kvadrat amplitude (intenziteta, norme vektora) nije jednak samo zbiru kvadrata pojedinačnih amplituda, već, u principu, postoji i član koji nastaje od interferencije odgovarajućih talasa verovatnoće. Usled talasnih osobina, kvantni objekti poseduju svojstvo istovremenog nepreciznog merenja pojedinih fizičkih veličina, što se opisuje dobro poznatim Heisenbergovim relacijama neodređenosti. Svaka talasna funkcija razlaže se na jedinstven način kao linearna kombinacija baznih vektora stanja. Ovi vektori stanja mogu biti tzv. svojstveni vektori nekih operatora – opservabli sistema (na primer operatora ukupne energije sistema – Hamiltonijana, impulsa, prostornih koordinata, spina, električnih ili magnetnih dipolnih momenata itd). Svojstvene vrednosti operatora su tada one vrednosti koje odgovaraju vrednostima fizičkih veličina. Kvadrat amplitude talasne funkcije matematički se dobija kao njen skalarni proizvod sa samom sobom u vektorskom Euklidskom prostoru nad skupom kompleksnih brojeva – Hilbertovom prostoru. Pored navedene, postoji još jedna suštinska nedefinisanost stanja podsistema – kvantna spletenost (*entanglement*) ili kvantna neseparabilnost (*quantum nonseparability*). Svaki bazis fizičkog sistema opisan talasnom funkcijom može se dobiti pomoću Kroneckerovog - tenzorskog proizvoda (videti u datim primerima) bazisa talasnih funkcija svih podsistema. Ako se razmatra, na primer, višečestični sistem, onda njegova ukupna talasna funkcija stanja ponekad može biti opisana

Kroneckerovim proizvodom talasnih funkcija sistema. Međutim, talasna funkcija sistema koji ima spleteno stanje, u bilo kom bazu, ne može se faktorirati na ovakav tenzorski proizvod nekih talasnih funkcija podsistema [10]. Ovo praktično znači da su delovi sistema neopservabilni. Za složene kvantne sisteme je entanglement pre pravilo nego izuzetak. Dobro su poznati primeri kvantne neseparabilnosti sistema koji se sastoji iz aparata i objekta merenja ili okruženja i objekta merenja. Uproščeno govoreći, koherentni talasi su usaglašeni, usklađeni talasi, koji u superpoziciji takođe čine talas istog tipa. Kvantni koherentan sistem ima osnovne - kvantne karakteristike. Kvantna dekoherencija je pojava da se usled interakcije kvantnog objekta i okruženja objekat promeni u klasično mehanički [11]. U principu, to znači da su oni izuzetno osetljivi na dejstvo okoline. Jedna od posledica *entanglement* - a je pojava kvantne teleportacije, odnosno pojava praktično trenutnog(?) prenosa kvantnih stanja iz jedne u drugu, udaljenu tačku. Ona se objašnjava činjenicom da jedan kvantni sistem, iako prostorno "razvučen" predstavlja celinu. Ako se kvantna stanja shvate kao signal koji se šalje od jedne do druge osobe (detektora famoznih Alise i Boba), ma kakav uticaja sa strane dovodi do dekoherencije, odnosno, uočljive promene signala. Na ovom principu zasniva se rad sigurnog, zaštićenog javnog kanala – kvantnog sistema u kvantnoj kriptografiji. Ovakva veza u praksi je realizovana korišćenjem optičkih naprava i lasera.

Zašto kvantni računari? Postoje dva osnovna razloga za razmatranje ovih uređaja. Prilikom prostornog smanjivanja elektronskih komponenata savremenih računara, postaje dominantan uticaj toplotnih i kvantnih fenomena na njihov rad. Pored toga, kvantni računari usled kvantne spletenosti – nerazdvojivosti podsistema mogu da paralelno i istovremeno izvršavaju računске operacije, što je njihova najbolja osobina. Očigledno je da glavna smetnja njihovom funkcionisanju kvantna dekoherencija koja dovodi do deparalelizacije procesiranja informacija i njihovu transformaciju u klasični sekvencijalni računar (ako je to moguće). Otuda su konstruktivni zahtevi za funkcionisanje kvantnih računara relativno veliki: visok stepen izolovanosti od okruženja, niske radne temperature oko  $1 \mu K$  itd. Takođe, kvantni računari mogu rešavati neke zadatke koji su praktično nerešivi klasičnim računarima. Kvantni algoritmi koji u odnosu na klasične daju značajna ubrzanja mogu se podeliti u dve grupe: (1) oni koji imaju ne - eksponencijalna ubrzanja (Grover 1997; pretraživanje baza podataka); (2) oni koji imaju eksponencijalna ubrzanja (Šor 1994; faktorizacija velikih brojeva). Osnovni biofizički sistemi i procesi na kojima se primenjuje kvantna informatika su fotosinteza, biomolekularna dinamika, rad mozga, mikrotubule itd. Ako bi se neki od njih razmotrili kao eventualni kandidati za kvantne računare, dobra osobina im je mogućnost rada na sobnim temperaturama. Međutim, oni usled relativno lakog biološkog zagađenja i metastabilnosti moraju biti odgovarajuće preparirani, što predstavlja veliku teškoću u njihovoj konstrukciji. U ovom radu razmotriće se osnove algebr kvantnog kubitnog računanja kao primer kvantnih algoritama i informacionih sistema.

Osnovni element apstraktnih kvantnih računara koji ima dva kvantna stanja je kubit ili 1 – kubit (Slika 1.). U konkretnoj realizaciji, pored dva spinska ili magnetna stanja, to može biti, na primer, električni dipolni moment tubulinskog dimera u mikrotubulama.



$$\psi = |\psi\rangle = \alpha \cdot |0\rangle + \beta \cdot |1\rangle; \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C},$$

$$\langle \psi | \psi \rangle = \|\psi\|^2 = |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad \alpha \cdot |0\rangle = \alpha \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \beta \cdot |1\rangle = \beta \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Slika 1.** Matematička reprezentacija kubitita.

Talasna funkcija  $\psi$  dvonivoskog sistema je vektor inteziteta  $I$  koji predstavlja linearnu superpoziciju - kombinaciju dva bazna vektora stanja. Verovatnoća da sistem bude u baznom stanju opisanom vektorom  $|0\rangle$  je  $|\alpha|^2$ , dok je za bazno stanje  $|1\rangle$  verovatnoća  $|\beta|^2$ ,  $\langle \cdot | \cdot \rangle$  je oznaka za skalarni proizvod a  $\|\cdot\|$  za intenzitet, amplitudu vektora.

Adjungovan (transponovan i kompleksno konjugovan) vektor vektoru  $\psi$  je  $\psi^\dagger = \langle \psi | = |\psi\rangle^\dagger = \alpha^* \cdot \langle 0 | + \beta^* \cdot \langle 1 | = (\alpha^* \quad \beta^*)$ . Očigledno je kvadrat amplitude od  $\psi$ :  $\psi^\dagger \psi = \langle \psi | \psi \rangle = 1$ . Adjungovana matrica datoj je ona matrica koja se dobija primenom operacija transponovanja i kompleksne konjugacije elemenata. Operacija adjunkcije obeležava se simbolom  $^\dagger$ . Ako je matrica  $H$  hermitska, za nju važi  $H^\dagger = H$ , dok za unitarnu matricu  $U$  važi  $U^\dagger = U^{-1}$  ( $U^{-1}$  je inverzna matrica matrici  $U$ ). Za opis dvo - i više - kubitnih stanja neophodna je definicija tenzorskog proizvoda matrica  $A$  i  $B$ :

$$A = (A_{nm}), \quad B = (B_{pq}),$$

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} A_{11}B & \dots & A_{1m}B \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{n1}B & \dots & A_{nm}B \end{pmatrix} \quad (1)$$

Sledi primer kompozicije kvantnih podsistema u nadsistem. Neka je prvi podsistem  $S_1$  opisan talasnom funkcijom  $\psi_{S_1} = |\psi\rangle_{S_1} = |0\rangle_{S_1}$  dok je za drugi,  $S_2$  talasna funkcija  $\psi_{S_2} = |\psi\rangle_{S_2} = \alpha \cdot |0\rangle_{S_2} + \beta \cdot |1\rangle_{S_2}$ . Talasna funkcija kompozitnog sistema  $S_1 S_2$  dobija se operacijom tenzorskog proizvoda pojedinih talasnih funkcija:

$$\psi_{S_1 S_2} = \psi_{S_1} \otimes \psi_{S_2} = \alpha \cdot |0\rangle_{S_1} \otimes |0\rangle_{S_2} + \beta \cdot |0\rangle_{S_1} \otimes |1\rangle_{S_2},$$

$$\psi_{S_1 S_2} = \alpha \cdot |0\rangle_{S_1} |0\rangle_{S_2} + \beta \cdot |0\rangle_{S_1} |1\rangle_{S_2} = \alpha \cdot |00\rangle_{S_1 S_2} + \beta \cdot |01\rangle_{S_1 S_2} \quad (2)$$

$$|00\rangle_{S_1 S_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{S_1 S_2} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{S_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{S_1 S_2}, \quad |01\rangle_{S_1 S_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{S_1 S_2}, \quad \psi_{S_1 S_2} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{S_1 S_2}$$



Takozvani  $n$  – *kjubit* dobija se na sledeći način (oznaka  $BBSn$  ukazuje na okolnost da se indeks  $i$  zapisuje u binarnom brojnem sistemu sa  $n$  bita, string, na primer  $2=10=00\dots010_n$ ):

$$|\Psi\rangle = \sum_{i_k \in \{0,1\}, k \in \{1,2,\dots,n\}} \alpha_{i_1 i_2 \dots i_n} \cdot |i_1\rangle \otimes |i_2\rangle \otimes \dots \otimes |i_n\rangle = \sum_{i \in \{0,1,\dots,2^n\}_{BBSn}} \alpha_i \cdot |i\rangle, \alpha_i \in \mathbb{C} \quad (3)$$

Podsistemi nad koji se komponuju u nadsistem opisan pomoću jednačina (3) su isti – to je skup potpuno jednakih jona, molekula, tubulinskih dimera itd koji u kompoziciji gube svoju posebnost (takozvane kvantne indentične čestice). Zbog toga nema indeksa analognih indeksima  $S_1$  i  $S_2$  iz prethodno navedenog primera. Deterministički (neslučajni) kvantni algoritam nad  $n$  – kjubitom je specifičan niz od  $k$  sekvencijalnih primena nad  $n$  – kjubitom unitarnih operatora  $U_1, U_2, \dots, U_k$  (neki od ovih operatora mogu biti i jednaki). Time se od njegovog početnog stanja  $|\Psi\rangle_{in}$  dobija finalno stanje  $|\Psi\rangle_{out}$ . To praktično znači da se stanje kvantnog računara podešava da bi se izračunao rezultat. Postupkom merenja nad ovim podešenim  $n$  – kjubitom dobija se odgovarajući rezultat. Prilikom primena fizičke realizacije unitarnih operatora i merenja nad konkretnim sistemom uvek postoji greška, pa je jedno od najvažnijih praktičnih pitanja u kvantnom računanju razvoj metoda korekcije grešaka (quantum error correction). Tipični operatori koji deluju na  $1$  – kjubit  $\psi = \alpha \cdot |0\rangle + \beta \cdot |1\rangle$  su operator negacije *NOT* reprezentovan matricom  $X$  i Adamarov operator  $H$ :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, X\psi = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}; H = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0\rangle + |1\rangle), H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|0\rangle - |1\rangle)$$

Obe prethodno definisane matrice su i unitarne i hermitske. U slučaju  $2$  – kjubitnog sistema, interesantna je matrica transformacije  $U_{CNOT}$  – koja opisuje kontrolisani *NOT* operator. Ona na odgovarajuće vektore bazisa deluje na sledeći način:

$$U_{CNOT}|00\rangle = |00\rangle, U_{CNOT}|01\rangle = |01\rangle, \quad (5)$$

$$U_{CNOT}|10\rangle = |11\rangle, U_{CNOT}|11\rangle = |10\rangle$$

Delovanje ovog operatora je sledeće: Ako je prvi bit jednak  $1$  (tzv. kontrola prvog bita), onda drugi bit prelazi u suprotni. Grafički prikaz jedno - ili dvo - kjubitnih unitarnih matrica transformacije nazivaju se osnovne kvantne logičke kapije - kola (*gates*). One se koriste za grafičko modeliranje složenijih programa na kvantnom računaru.

Na osnovu svega rečenog može se zaključiti da, sa računске strane posmatrano, algebra kvantnog kjubitnog računanja nije previše zahtevna. U slučaju nedeterminističkih kvantnih algoritama koji opisuju kvantno statističke aspekte funkcionisanja kvantnih informacionih mašina, pored matrične algebre neophodno je poznavati i neke oblasti teorije verovatnoće i statistike.

## 5. PRIMENA INTERNET RESURSA U NASTAVI KVANTNIH RAČUNARA

Za sticanje znanja iz biofizike, u ovom slučaju, za nastavnu temu Kvantni računari, bilo je neophodno da se svaki student upozna sa principima rada kvantnog računara kao i sa mogućnostima programiranja simulacije njihovog rada. U nastavnim i vannastavnim aktivnostima studenti su koristili više internet resursa zasnovanih na korićenju Matlab-Octave okruženja:

### CS 596 Quantum Computing

- ❑ opis: rutine za kvantne algoritme
- ❑ web lokacija: <http://www.sci.sdsu.edu/Faculty/Don.Short/QuantumC/cs662.htm>

### drqubit

- ❑ opis: pojedine rutine za kvantno informaciono istraživanje
- ❑ web lokacija: <http://www.dr-qubit.org/matlab.php>

### M-fun for QC Progs

- ❑ opis: toolbox za Octave/MATLAB m-fajlove za programiranje kvantnih računara
- ❑ web lokacija: <http://www.ar-tiste.com/m-fun/m-fun-index.html>

### QC simulator

- ❑ opis: simulator rada kvantnih računara
- ❑ web lokacija: <http://www-m3.ma.tum.de/twiki/bin/view/Software/QCWebHome>

### QCTOOLS

- ❑ opis: toolbox za simulaciju jonske zamke
- ❑ web lokacija: <http://physics.berkeley.edu/research/haeffner/teaching/exp-quant-info/exp-quant-info>

### QLib

- ❑ opis: MATLAB programi za kvantno - informatička izračunavanja
- ❑ web lokacija: <http://www.tau.ac.il/~quantum/qlib/qlib.html>

### Quantum Computing Functions for Matlab (QFC)

- ❑ opis: skup MATLAB funkcija za simulaciju kvantnih algoritama
- ❑ web lokacija: <http://www.robots.ox.ac.uk/~charles/>

### Quantum Octave

- ❑ opis: Gnu Octave paket za korišćenje kvantnih računara sa tzv mešanim stanjima (sa posebnom primenom u kvantnoj statistici)
- ❑ web lokacija: <http://quantum-octave.sf.net/>

### Qubit4matlab

- ❑ opis: MATLAB rutine kvantne informatike
- ❑ web lokacija: <http://bird.szfki.kfki.hu/~toth/qubit4matlab.html>

Osnovna karakteristika izabranih internet resursa je da su relevantni, da studenti njima lako ovladavaju i da su besplatni.

Studenti su se upoznali sa više simulacija rada kvantnih računara i imali su projektne radove sa konkretnim programskim realizacijama koje su u celosti uspešno obavili. Svaki student pojedinačno je pokazao da razume suštinu rada kvantnih računara, što nije bio slučaj sa studentima koji nisu koristili Internet resurse.

## 6. ZAKLJUČAK

Internet resursi u nastavi kvantnih računara u okviru predmeta Biofizika, stvorili su stimulatívno i za studente očigledno nastavno okruženje koje je omogućilo: individualni rad studenata; mogućnost učenja putem iskustva, veću motivaciju i pažnju studenata; istraživanje relevantnih i najaktuelnijih sadržaja iz oblasti kvantnih računara kao i razvoj kritičkog mišljenja.

Ključna prednost upotrebe Internet resursa u nastavi kvantnih računara u odnosu na tradicionalnu nastavu je mogućnost sticanja funkcionalnih znanja i veština kao i unapređenje informacione pismenosti.

## 7. LITERATURA

- [1] Turban E., McLean E., Wtherbe J. (2003): *Informaciona tehnologija za menadžment*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva, Beograd.
- [2] Brent M. (2001), *Interactivity research Studies*, Educational Technology & Society 4 (3), dostupno na: <http://ifets.ieee.o>.
- [3] Haydn, T. (2000.): Information and communications technology in the history classroom. U J. Arthur i R. Phillips (ur.): *Issues in history teaching*.
- [4] Ristić M., Blagdanić S. (2008): *Informatics Literacy of Students and Teachers with the Aim of Life-Long Learning*, International journal on informatics and new media in education, Faculty of education in Sombor, 119-125.
- [5] R. Feynman (1982):, *Simulating Physics with Computers*, International Journal of Theoretical Physics, Vol. 21, Nos. 6/7.
- [6] M. Nakahara, T. Ohmi (2008): *Quantum Computing From Linear Algebra to Physical Realizations*, Taylor & Francis Group.
- [7] Gregg Jaeger (2007): *Quantum Information*, Springer.
- [8] Derek Abbott, Pual C. W. Davies, Arun, K. Pati (2008): *Quantum Aspects of Life*, Imperial Colegge press.
- [9] Masanori Ohya, Igor Volovich (2011): *Mathematical Foundations of Quantum Information and Computation and Its Applications to Nano - and Bio – systems*, Springer.
- [10] Anton Zeilinger, C. G Shull, Wolfgang Treimer, Water Mampe (1998): *Single - and double - slit diffraction of neutrons*, Rev. Mod. Phys. 60, 1067–1073.
- [11] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maître, A. Maali, C. Wunderlich, J. M. Raimond, and S. Haroche(1996): *Observing the Progressive Decoherence of the "Meter" in a Quantum Measurement*, Phys. Rev. Lett. 77, 4887–4890.